

3.6 Day 2 Practice & Extend

Example: Find AB if $A = \begin{bmatrix} -4 & 3 \\ 2 & -2 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

A B
 3×2 2×2
 $= 3 \times 2$
 matrix

$$= \begin{bmatrix} \underline{-20 - 3} & \underline{8 + 9} \\ \underline{10 + 2} & \underline{-4 - 6} \\ \underline{5 - 7} & \underline{-2 + 21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -23 & 17 \\ 12 & -10 \\ -2 & 19 \end{bmatrix}$$

Exercises

Use the given matrices to find each product, if possible.

$A = \begin{bmatrix} 0 & 7 & 3 \\ -2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 5 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

* 1. BA
 2×2 2×3

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 7 & 3 \\ -2 & 3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{0 - 4} & \underline{28 + 6} & \underline{12 + 0} \\ \underline{0 + 6} & \underline{7 - 9} & \underline{3 + 0} \end{bmatrix}$$

result
 $= 2 \times 3$
 matrix

$$\begin{bmatrix} -4 & 34 & 12 \\ 6 & -2 & 3 \end{bmatrix} \leftarrow BA$$

2. AC
 2×3 3×2

$$\begin{bmatrix} 0 & 7 & 3 \\ -2 & 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 5 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{0 + 35 + 0} & \underline{0 - 14 + 3} \\ \underline{6 + 15 + 0} & \underline{-2 - 6 + 0} \end{bmatrix}$$

result
 $= 2 \times 2$
 matrix

$$\begin{bmatrix} 35 & -11 \\ 21 & -8 \end{bmatrix} \leftarrow AC$$

3. CA
 3×2 2×3

$$\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 5 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 7 & 3 \\ -2 & 3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{0 - 2} & \underline{-21 + 3} & \underline{-9 + 0} \\ \underline{0 + 4} & \underline{35 - 6} & \underline{15 + 0} \\ \underline{0 - 2} & \underline{0 + 3} & \underline{0 + 0} \end{bmatrix}$$

result
 $= 3 \times 3$
 matrix

$$\begin{bmatrix} -2 & -18 & -9 \\ 4 & 29 & 15 \\ -2 & 3 & 0 \end{bmatrix} \leftarrow CA$$

Use $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, and $c = 2$ to determine whether the following equations are true for the given matrices.

4. $c(AC) = (AC)c$

$$\begin{aligned} AC &= \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6+1 & -2+0 \\ 6+1 & -2+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ 7 & -2 \end{bmatrix} \\ &= 2 \times 2 \quad A \quad C \quad AC \\ 2(AC) &= 2 \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ 7 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & -4 \\ 14 & -4 \end{bmatrix} \\ (AC)2 &= \begin{bmatrix} 7 & -2 \\ 7 & -2 \end{bmatrix} 2 = \begin{bmatrix} 14 & -4 \\ 14 & -4 \end{bmatrix} \\ 2(AC) &= (AC)2 \quad \checkmark \end{aligned}$$

* 5. $B(A+C) = BA+BC$

$$\begin{aligned} A+C &= \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \\ BA+BC &= \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -6+4 & -3+2 \\ 10+2 & 5+1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -9+2 & 3+0 \\ 15+1 & -5+0 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 12 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -7 & 3 \\ 16 & -5 \end{bmatrix} \\ B(A+C) &= \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15+6 & 0+2 \\ 25+3 & 0+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & 2 \\ 28 & 1 \end{bmatrix} \\ &= B(A+C) \end{aligned}$$

~~6. $c(A-B) = cA - cB$~~

$BA+BC$

$$\begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 12 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -7 & 3 \\ 16 & -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & 2 \\ 28 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -9 & 2 \\ 28 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 & 2 \\ 28 & 1 \end{bmatrix} \quad \checkmark \\ B(A+C) = B(A)+B(C)$$